

ĐÁP ÁN ĐỀ CUỐI KỶ HỌC KỲ I- NĂM HỌC 2025-2026		
Câu	Nội dung	Điểm
1 (1 điểm)	Giải $g(f(x)) = -2 \Leftrightarrow 3(\sin^{-1}(x))^2 - 3\sin^{-1}(x) = 0$. Đặt $t = \sin^{-1}(x)$, trong đó $t \in [-\pi/2, \pi/2]$. Giải phương trình trên, ta được: $t_1 = 0$ (nhận) và $t_2 = 1$ (nhận).	0.5
	+ Nếu $t_1 = 0$, tức là $\sin^{-1}(x) = 0$, ta suy ra $x = \sin 0 = 0$.	0.25
	+ Nếu $t_2 = 1$, tức là $\sin^{-1}(x) = 1$, ta suy ra $x = \sin 1$.	0.25
2 (2.0 điểm)	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x} \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} = 2$	0.5
	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = m$	0.25
	Do đó, để f liên tục tại $x = 0$ thì ta phải có $m = 2$ và b tùy ý.	0.25
	$f'(0^-) = 3; f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{4x+1}-1-2x}{x^2}$	0.5
	$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\sqrt{4x+1}}{x\sqrt{4x+1}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4}{\sqrt{4x+1}(1+\sqrt{4x+1})} = -2$.	0.25
$f(x)$ không khả vi tại $x = 0$	0.25	
3 (1 điểm)	Đạo hàm 2 vế theo x , ta được: $5x^4 + y^3 + 3xy^2 y' + y/x + y' \ln(x) + 4y^3 y' = 0$	0.5
	Tại P ta có $(3-4)y' = -5+1+1$	0.25
	Phương trình tiếp tuyến với đường cong tại P là $y+1 = 3(x-1)$	0.25
4 (1 điểm)	$\frac{dP}{dV} = \frac{-1000V}{(V^2+1)^2} = -80$	0.25
	Áp dụng qui tắc: $\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dV} \cdot \frac{dV}{dt}$.	0.25
	Theo đề bài $\frac{dV}{dt} = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ tại thời điểm $V = 2 \text{ m}^3$.	0.25
	Khi đó $\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dV} \cdot \frac{dV}{dt} = -80(0.04) = -3.2 \text{ (Pa/s)}$	0.25

5 (1.5 điểm)	+ Vì thể tích $V = \pi r^2 h = 100\pi$ nên $h = \frac{100}{r^2}$.	0.25
	+ Tổng chi phí: $C(r) = C_{\text{dây}} + C_{\text{bên}} = 2\pi r^2 + 6\pi r h = 2\pi r^2 + \frac{600\pi}{r}$.	0.5
	$C'(r) = 0 \Leftrightarrow 4\pi r - \frac{600\pi}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{150}$	0.25
	Vì $C''(r) = 4\pi + \frac{1200\pi}{r^3} > 0$ với $r > 0$ nên $C(r)$ đạt cực tiểu tại $r = \sqrt[3]{150}$ (m).	0.25
	Ta cũng suy ra: $h = \frac{100}{r^2} = \frac{100}{(\sqrt[3]{150})^2} \approx 3.542$ (m). Chi phí tối thiểu là: $C_{\min}(r) = 2\pi r^2 + \frac{600\pi}{r} \approx 532$ (triệu đồng)	0.25
6 (1.5 điểm)	$U'(x) = [2(x-2) + (x-2)^2]e^x, \forall x$	0.5
	$U'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$	0.25
	$U''(x) = [2 + 4(x-2) + (x-2)^2]e^x$	0.25
	$U''(0) < 0, U''(2) > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$	0.5
7 (2.0 điểm)	+ Tích phân phương trình: $\ln(T - T_a) = kt + C, (T > T_a)$	0.5
	+ Theo đề bài $T_a = 20^\circ \text{C}$, $T(0) = 90$ nên $C = \ln(70)$	0.75
	$T(5) = 60$ nên $k = \frac{1}{5} \ln \frac{4}{7}$	
	Ta suy ra: $T(t) = 20 + 70e^{\frac{\ln(4/7)}{5}t}$	0.25
	Tính nhiệt độ trung bình trong 10 phút đầu tiên: $T_{\text{trung bình}} = \frac{1}{10} \int_0^{10} (20 + 70e^{kt}) dt$	0.25
	$= \frac{1}{10} \left[20t + \frac{70}{k} e^{kt} \right]_0^{10} = 20 + \frac{7(e^{10k} - 1)}{k}$	0.25